

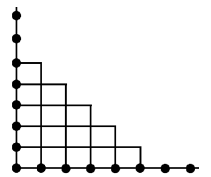
Математический
турнир Европы

VII Европейский математический турнир
«Покровское», 27 февраля – 4 марта 2024 года

Командная олимпиада. 6 класс.
28 февраля

1. В ювелирном магазине взломали витрину, и полиция задержала всех шестерых, кто был в этот момент в магазине. На вопрос «Сколько человек участвовали во взломе?» задержанный А ответил «3», Б и В ответили «4», Г и Д — «5», Е — «6». Как выяснилось впоследствии, все взломщики солгали, а остальные (честные покупатели) сказали правду. Кто из А, Б, В, Г, Д, Е — честные?

2. На клетчатой плоскости расположена лесенка высотой 5 клеток и отмечены точки как на рисунке. Можно ли провести три отрезка с концами в отмеченных точках так, чтобы каждая клеточка лесенки разделилась на две части каким-то из трех отрезков?

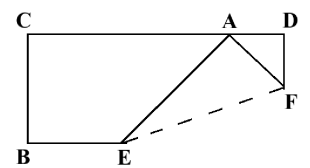


3. Натуральное число называется *хорошим*, если его можно представить в виде $a^2 - bc$, где a , b и c — три последовательных натуральных числа (в каком угодно порядке). Сколько натуральных чисел, не превосходящих миллиона, являются хорошими?

4. На столе лежит куча из k орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход можно выбрать одну кучку и разделить ее на три меньшие кучки (не обязательно одинаковые, в каждой хотя бы один орех). Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Для каждого k выясните, кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник.

5. Шесть шестизначных чисел получаются друг из друга циклическим сдвигом шести различных ненулевых цифр: $abcdef$, $bcdefa$, \dots , $fabcde$. Какое наибольшее значение может принимать наибольший общий делитель всех шести чисел?

6. Угол проволочного прямоугольника $ABCD$ перегнули и припаяли к стороне CD , как на рисунке. Муравей из B и улитка из D одновременно поползли по кратчайшим путям в C . Оказалось, что муравей приполз на 20 минут раньше. Из C они одновременно поползли в B , причем улитка ползла по самому короткому пути и прибыла на одну минуту раньше муравья, проползшего через A и E . Известно, что для обхода треугольника ADF муравью потребуется 7 минут. А сколько времени потребуется муравью, чтобы обойти $ACBE$, если известно, что скорости муравья и улитки постоянны, и муравей в 3 раза быстрее улитки?



7. Клетки квадрата 9×9 пронумерованы числами $1, 2, 3, \dots, 9^2$. Две клетки называются *почти соседними*, если шахматный король может попасть из одной клетки в другую не более чем за два хода. Сначала Паша выбирает клетку и ставит туда фишку. Он может перемещать фишку в почти соседнюю клетку, если число в этой клетке больше числа в клетке, на которой фишка стоит в данный момент. Какое наибольшее число клеток Паша может гарантированно обойти фишкой, независимо от исходной нумерации клеток?

8. Шесть детей встали в круг, у одного из них есть n конфет, а у остальных пяти ребят конфет нет. За один шаг ребенок, у которого есть хотя бы 4 конфеты, может дать каждому своему соседу, а также человеку напротив по одной конфете, и одну конфету съесть. При каких n за несколько шагов дети смогут добиться того, что у всех будет поровну конфет?