

**Математический
турнир Европы**

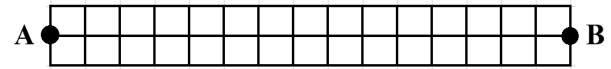
**VII Европейский математический турнир
«Покровское», 27 февраля – 4 марта 2024 года**

**Тур 4. 6 класс. Гранд-лига.
3 марта**

1. В каждой клетке доски 15×15 растёт дерево высотой 1 сантиметр. Садовник и жук короед играют в игру, начинает садовник. В свой ход он может выбрать произвольную клетку доски и увеличить высоту дерева в этой клетке, а также в клетках, соседних с выбранной по стороне или вершине, на 1 сантиметр. Жук же в свой ход может уменьшить на 1 сантиметр высоту не более чем у четырех любых деревьев. Назовем дерево *развившимся*, если его высота не менее 2024 сантиметров, такие деревья жук короед обходит стороной. Какое наибольшее количество развившихся деревьев может вырастить садовник независимо от действий жука?

2. Катя выбрала простое число $p < 2024$ и выписала в ряд все числа $1, 2, 3, \dots, 2024$ так, что для любых 6 чисел a, b, c, d, e, f , стоящих подряд (именно в таком порядке), число $ace - bdf$ делится на p . Чему может быть равно p ?

3. Муравей находится в точке A прямоугольника 2×15 , у которого каждая клетка имеет сторону 1 (как на рисунке). За ход он может перемещаться на 1 вправо, на 1 вверх или на 1 вниз. При этом запрещено посещать точку, в которой муравей ранее побывал. Сколькими способами муравей может попасть в точку B ?



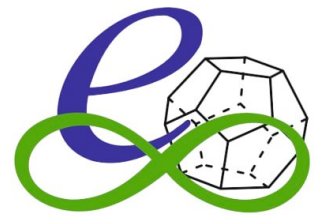
4. Операция Π состоит в прибавлении к натуральному числу любой его цифры (например, из числа 2024 операцией Π можно получить 2026, 2024 или 2028), а операция В — в вычитании из натурального числа любой его цифры (например, из числа 2024 операцией В можно получить 2022, 2024 или 2020). Вася написал на доске натуральное число и стал поочередно применять к нему операции Π и В : сначала Π , потом В , потом снова Π и т.д. Когда Васе надоело этим заниматься, на доске было число 1228. С какого наименьшего числа Вася мог начать свою деятельность?

5. На прямой через равные промежутки стоят 66 напёрстков, под одним спрятана конфета. За одну попытку можно показать на любые три напёрстка, и Дед Мороз честно скажет, который из них ближе к конфете (при равенстве укажет на “правый” из двух ближайших); если же конфета под одним из выбранных, Дед честно скажет под каким. Как найти конфету не более чем за 3 попытки?

6. Цифры четырехзначного натурального числа n переставили в обратном порядке. Получили натуральное число m . Оказалось, что $m = 4n + 3$. Чему может быть равно n ?

7. На прямой отметили 20 точек. Можно ли провести 40 отрезков с концами в отмеченных точках так, чтобы каждый проведенный отрезок содержался не более чем в одном другом проведенном отрезке?

8. Сумма нескольких натуральных чисел, не превосходящих 10, равна S . При каких S можно утверждать, что эти числа можно разбить на две группы, в каждой из которых сумма чисел будет не больше 70?



Математический
турнир Европы

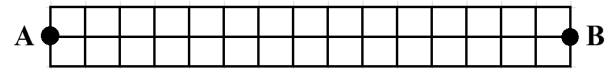
VII Европейский математический турнир
«Покровское», 27 февраля – 4 марта 2024 года

Тур 4. 6 класс. Первая лига.
3 марта

1. В каждой клетке доски 9×9 растёт дерево высотой 1 сантиметр. Садовник и жук короед играют в игру, начинает садовник. В свой ход он может выбрать произвольную клетку доски и увеличить высоту дерева в этой клетке, а также в клетках, соседних с выбранной по стороне или вершине, на 1 сантиметр. Жук же в свой ход может уменьшить на 1 сантиметр высоту не более чем у четырёх любых деревьев. Назовем дерево *развившимся*, если его высота не менее 2024 сантиметров, такие деревья жук короед обходит стороной. Докажите, что жук может действовать так, чтобы развившихся деревьев в любой момент было не больше 45.

2. Катя выбрала простое число $p < 2024$ и выписала в ряд все числа $1, 2, 3, \dots, 2024$ так, что для любых 4 чисел a, b, c, d , стоящих подряд (именно в таком порядке), число $ac - bd$ делится на p . Чему может быть равно p ?

3. Муравей находится в точке A прямоугольника 2×15 , у которого каждая клетка имеет сторону 1 (как на рисунке). За ход он может перемещаться на 1 вправо, на 1 вверх или на 1 вниз. При этом запрещено посещать точку, в которой муравей ранее побывал. Сколькими способами муравей может попасть в точку B ?



4. На прямой через равные промежутки стоят 46 напёрстков, под одним спрятана конфета. За одну попытку можно показать на любые два напёрстка, и Дед Мороз честно скажет, который из них ближе к конфете (при равенстве – скажет “правый”); если же конфета под одним из выбранных, Дед честно скажет под каким. Как найти конфету не более чем за 4 попытки?

5. Алина записала пять различных натуральных чисел, так что для каждой тройки записанных чисел их произведение делится на 10. Докажите, что хотя бы одно из пяти записанных чисел делится на 10.

6. Цифры четырехзначного натурального числа n переставили в обратном порядке. Получили натуральное число m . Оказалось, что $m = 4n + 3$. Чему может быть равно n ?

7. На прямой отметили 20 точек. Можно ли провести 20 отрезков с концами в отмеченных точках так, чтобы никакой проведенный отрезок не содержался в другом проведенном отрезке?

8. Сумма нескольких натуральных чисел, не превосходящих 10, равна 130. Верно ли, что эти числа можно разбить на две группы, в каждой из которых сумма чисел будет не больше 70?