

Математический
турнир Европы

VII Европейский математический турнир
«Покровское», 27 февраля – 4 марта 2024 года

Тур 3. 6 класс. Гранд-лига.
2 марта

1. Шестизначные числа, сумма цифр которых делится на 4, назовём *зелёными*, а остальные шестизначные числа – *красными*. Докажите, что сумма всех красных чисел больше, чем сумма всех зелёных.

2. Лягушка хочет попасть из левого нижнего угла квадрата 30×30 в правый верхний. За ход она может прыгнуть на одну клетку вверх или на одну клетку вправо. Назовем набор отмеченных клеток в квадрате *блокирующим*, если лягушка не может осуществить свой план, не наступая на отмеченные клетки, но при удалении любой клетки из набора это свойство нарушается. Докажите, что в любом блокирующем наборе не более 300 клеток.

3. На доске написаны 20 различных простых чисел. Докажите, что произведение некоторых шести из них, увеличенное на 6 – составное.

4. Петя хочет выписать в порядке возрастания 5 различных двузначных чисел, делящихся на 3, в десятичной записи которых встречается каждая цифра от 0 до 9 (включительно). Сколькими способами он может осуществить свой план?

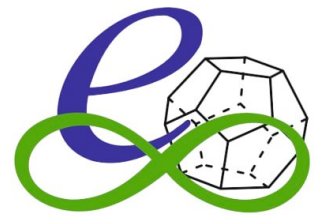
5. За круглым столом сидят 99 учёных с Марса и Венеры. Докажите, что хотя бы у одного учёного на равных расстояниях от него по часовой стрелке и против часовой стрелки сидят два его сопланетника.

6. Леша выписал на доску две положительные несократимые дроби. Он посчитал сумму числителя и знаменателя каждой из своих дробей, у него получились числа 2288 и 14833. Затем Даня сложил эти дроби и получил результат $\frac{17}{65}$. Докажите, что один из мальчиков ошибся.

7. В таблице, представленной на картинке, София покрасила некоторые 8 клеточек в черный цвет. Оказалось, что каждая строка и каждый столбец содержат ровно две черные клеточки. Докажите, что сумма чисел, стоящих в черных клеточках, равна сумме оставшихся чисел.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

8. Можно ли правильный треугольник со стороной 60 разрезать на 19 правильных треугольников, хотя бы один из которых имеет сторону меньше 1?



**Математический
турнир Европы**

**VII Европейский математический турнир
«Покровское», 27 февраля – 4 марта 2024 года**

**Тур 3. 6 класс. Первая лига.
2 марта**

1. Шестизначные числа, сумма цифр которых делится на 5, назовём *зелёными*, а остальные шестизначные числа – *красными*. Докажите, что сумма всех красных чисел больше, чем сумма всех зелёных.

2. Лягушка хочет попасть из левого нижнего угла квадрата 12×12 в правый верхний. За ход она может прыгнуть на одну клетку вверх или на одну клетку вправо. Назовем набор отмеченных клеток в квадрате *блокирующим*, если лягушка не может осуществить свой план, не наступая на отмеченные клетки, но при удалении любой клетки из набора это свойство нарушается. Докажите, что существует блокирующий набор из не менее, чем 40 квадратов.

3. На доске написаны 100 различных простых чисел. Докажите, что произведение некоторых 20 из них, увеличенное на 2 – составное.

4. На острове живут два племени: лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду. За круглый стол сели 200 островитян. На вопрос “У тебя есть сосед-лжец?” один ответил “Нет”, а остальные “Да”. Докажите, что на вопрос “У тебя есть сосед из твоего племени?” как минимум двое ответят “Нет”.

5. За круглым столом сидят 99 учёных с Марса и Венеры. Докажите, что хотя бы у одного учёного на равных расстояниях от него по часовой стрелке и против часовой стрелки сидят два его сопланетника.

6. Леша выписал на доску две положительные несократимые дроби. Он посчитал сумму числителя и знаменателя каждой из своих дробей, у него получились числа 1001 и 2024. Затем Даня сложил эти дроби и получил результат $\frac{17}{55}$. Докажите, что один из мальчиков ошибся.

7. В таблице, представленной на картинке, София покрасила некоторые 8 клеточек в черный цвет. Оказалось, что каждая строка и каждый столбец содержат ровно две черные клеточки. Докажите, что сумма чисел, стоящих в черных клеточках, равна сумме оставшихся чисел.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

8. Можно ли правильный треугольник со стороной 6 разрезать на 10 правильных треугольников, хотя бы один из которых имеет сторону меньше 1?