

VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года



Тур 4. 5 класс. Первая лига.
2 марта

1. Из квадрата 5×5 вырезали центральный квадрат 3×3 . В оставшиеся 16 клеток расставили числа от 1 до 16, каждое по разу, так, что суммы в строчках и столбцах по краям квадрата равны. Может ли сумма 4 чисел, стоящих в углах, быть равна 10?

2. В классе учатся 30 школьников, двое из которых — двоечники, но мало кому известно, кто они. Вася пришел в класс и хочет найти себе соседа по парте, который не будет двоечником. Он попросил каждого из школьников назвать одного человека, который, по его мнению, являются двоечником. Каждый двоечник назвал другого двоечника, а также одного из двоечников указал отличник Вова, остальные могли назвать кого угодно. Докажите, что пользуясь этими данными, Вася сможет найти себе соседа по парте, не являющегося двоечником.

3. Имеется 10 карточек с цифрами $1, \dots, 9$. Из части карточек Гриша сложил два числа с суммой 2023, при этом одно число делится на другое. Какие числа мог сложить Гриша?

4. Имелось 27 единичных кубиков, возможно не одинаковых. На каждой грани кубика написано натуральное число так, что на каждой паре противоположных граней сумма равна 10. Из кубиков сложили куб со стороной 3 так, что сумма на каждой паре примыкающих граней равна 9. Найдите сумму всех чисел на поверхности куба.

5. В книжке меньше 1000 страниц. На вырванных страницах каждая из 10 цифр встретилась ровно по два раза. Какое наименьшее число листов мог вырвать Даня? Страницы в книге пронумерованы по порядку начиная с 1. На каждом листе два номера страниц: с одной стороны нечётный, с другой — больший на 1 чётный.

6. Существуют ли 10 последовательных натуральных чисел таких, что сумма цифр ни одного из них не делится на 8?

7. Можно ли провести 5 прямых улиц и поставить на каждую из них по 3 полицейских так, чтобы по разные стороны от каждой улицы полицейских с одной стороны было больше, чем с другой?

8. Имеется кусок сыра. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разрезать один из кусков сыра на две части. Выигрывает тот, кто после своего хода сможет разложить все куски на две кучки так, чтобы в каждой было не менее чем по 3 куска сыра, но одна весила вдвое больше другой. Кто из игроков может выиграть как бы ни играл соперник?