

VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года



Тур 4. 5 класс. Гранд-лига. Нижние бои.
2 марта

1. В клетчатом квадрате 10×10 некоторые горизонтальные и вертикальные отрезки длины 10 покрашены в синий и красный цвета, при этом контур квадрата остался чёрным. Если разрезать по всем синим отрезкам, квадрат распадётся на 30 частей, а если по всем красным — на 24 части. А на сколько частей распадётся квадрат, если разрезать и по всем синим, и по всем красным отрезкам?

2. Игорь пишет на доске двузначное число и начинает его менять шаг за шагом. Первым шагом Игорь уменьшает число на доске на его сумму цифр, а затем заменяет его на сумму самого числа и его “отражения”, то есть этого же числа, но записанного задом наперёд (например, из 35 получалось бы $35 + 53 = 88$, а из $450 - 430 + 034 = 464$). Мог ли Игорь через некоторое количество шагов получить на доске число 232323?

3. Имелось 1000 единичных кубиков, возможно не одинаковых. На каждой грани кубика написано натуральное число так, что на каждой паре противоположных граней сумма равна 52. Из кубиков сложили куб со стороной 10 так, что сумма на каждой паре примыкающих граней равна 50. Найдите сумму всех чисел на поверхности куба.

4. В книжке меньше 1000 страниц. На вырванных страницах каждая из 10 цифр встретилась ровно по два раза. Какое наименьшее число листов мог вырвать Даня? Страницы в книге пронумерованы по порядку начиная с 1. На каждом листе два номера страниц: с одной стороны нечётный, с другой — больший на 1 чётный.

5. Можно ли провести 5 прямых улиц и поставить на каждую из них по 3 полицейских так, чтобы по разные стороны от каждой улицы полицейских с одной стороны было больше, чем с другой?

6. На столе лежали в ряд 23 разных кучек орехов, их размеры образовывали арифметическую прогрессию. Две из этих кучек разбили на две меньшие кучки каждую, затем выложили все кучки в ряд по возрастанию размера. Могла ли опять получиться арифметическая прогрессия? (Возрастающая арифметическая прогрессия — это ряд чисел, где каждое следующее на одно и то же число больше предыдущего. Например, 7, 10, 13, 16, 19.)

7. Имеется кусок сыра. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разрезать один из кусков сыра на две части. Выиграет тот, кто после своего хода сможет разложить все куски на две кучки так, чтобы в каждой было не менее чем по 3 куска сыра, но одна весила вдвое больше другой. Кто из игроков может выиграть как бы ни играл соперник?

8. У Пети и Шуры есть по одинаковому набору из 100 прямоугольников, некоторые 1×2 , остальные — 1×3 . Они соревнуются кто сложит из своего набора больше полосок: Петя — размера 1×4 или Шура — размера 1×5 . Хотя каждый действовал наилучшим образом, игра закончилась вничью. Сколько прямоугольников 1×2 в одном наборе?