



VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года

Тур 3. 6 класс. Гранд-лига. Бои за 1-е место в подгруппе.
1 марта

1. Трем мудрецам написали на лбу по числу, и сообщили, что числа различны, натуральны, меньше 100 и одно равно произведению двух других. Видя числа двух других, на вопрос: «Можете ли определить своё число?» все одновременно ответили: «Нет». Какие числа могли быть написаны на лбах? Найдите все варианты.

2. По кругу расположены 1001 монета, все орлом вверх. Петя и Вася играют в игру, начинает Петя. Он может перевернуть произвольную монету решкой вверх. Вася может своим ходом перевернуть одну монету орлом вверх, но только если эта монета — соседняя с только что перевернутой Петей монетой. Какое наибольшее количество монет Петя сможет расположить решкой вверх после нескольких ходов?

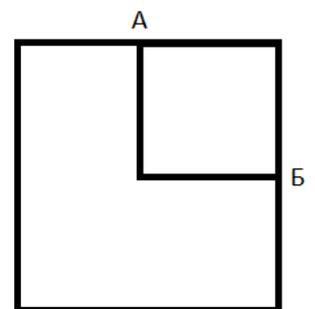
3. За шаг разрешается увеличить или уменьшить на 1 числитель или знаменатель дроби, если при этом получается несократимая дробь со знаменателем больше 1. За какое наименьшее число шагов можно из дроби $\frac{1}{3}$ получить дробь $\frac{33}{100}$?

4. Можно ли расставить по кругу числа от 1 до 250 так, чтобы произведение любых четырёх подряд стоящих чисел делилось на 9?

5. Внутри клетчатого квадрата 101×101 нарисованы 50 треугольников с вершинами в узлах сетки. Контурные треугольников не имеют общих точек между собой и с контуром квадрата, при этом наименьший треугольник лежит внутри всех остальных контуров. Могут ли все треугольники быть остроугольными?

6. Весы со стрелкой и одной чашкой показывают вес положенных на них гирь. В ряд выложены 10 гирек с надписями 1г, 2г, ..., 10 г. У каких то двух соседей надписи перепутаны. Как за два взвешивания на весах со стрелкой найти обе такие гирьки?

7. По контурам двух квадратных дорожек (одна вдвое длиннее другой) по часовой стрелке пустились бежать с постоянными скоростями Волк и Заяц. Волк бежит в целое число раз быстрее Зайца (хотя бы в два). Волк бежит по большому квадрату и тратит на круг больше 10 минут, а Заяц бежит по малому квадрату. Первый обгон случился в точке А, второй — через 21 минуту в точке Б (см. рисунок). Через какое время после второго может случиться третий обгон?



8. Оля обнаружила на своём калькуляторе помимо стандартных действий кнопку с операцией \star , позволяющую считать значение $a \star b$ для любых a и b . В инструкции к калькулятору написано, что для любых a и b верно

$$a \star b + a = 2(a + b \star a).$$

Найдите $5 \star 9$.