

VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года



Тур 3. 5 класс. Гранд-лига.
1 марта

1. Трём мудрецам написали на лбу по числу, и сообщили, что числа различны, натуральны, меньше 100 и одно равно произведению двух других. Видя числа двух других, на вопрос: «Можете ли определить своё число?» все одновременно ответили: «Нет». Какие числа могли быть написаны на лбах? Найдите все варианты.

2. За шаг разрешается увеличить или уменьшить на 1 числитель или знаменатель дроби, если при этом получается несократимая дробь со знаменателем больше 1. За какое наименьшее число шагов можно из дроби $\frac{1}{3}$ получить дробь $\frac{33}{100}$?

3. Можно ли расставить в ряд числа от 1 до 100 так, чтобы произведение каждых трёх подряд стоящих чисел делилось на 5 или на 7?

4. Можно ли из 20 чисел $1!, 2!, 3!, \dots, 20!$ одно отбросить, а остальные разбить на две группы с равными произведениями?

5. Какое наибольшее число треугольников можно нарисовать в клетчатом прямоугольнике 23×26 так, чтобы вершины треугольников лежали в узлах сетки, контуры треугольников не имели общих точек между собой, а также не имели общих точек с контуром прямоугольника, при этом наименьший треугольник лежал внутри всех остальных контуров?

6. Весы со стрелкой и одной чашкой показывают вес положенных на них гирь. В ряд выложены 10 гирек с надписями 1г, 2г, ..., 10 г. У каких то двух соседей надписи перепутаны. Как за два взвешивания на весах со стрелкой найти обе такие гирьки?

7. На каждой клетке шахматной доски лежит по зерну. Если в двух клетках с общей стороной зёрен поровну или отличается на 1 зерно, разрешается переложить все зёрна из одной клетки в другую. Можно ли собрать все зёрна в одной клетке?

8. Клетчатый квадрат 23×23 разрезали по границам клеток на 3 прямоугольные части. Докажите, что можно выбрать две части и накрыть ими квадрат 12×12 .