

VI Европейский математический турнир  
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года



Тур 2. 6 класс. Гранд-лига.  
28 февраля

1. Петя выбрал 4 последовательных натуральных числа и записал на доску все 6 их попарных произведений, увеличенных на 1. Какое наибольшее количество из выписанных чисел могли оказаться простыми?

2. Илья, Добрыня и Алёша участвовали в викторине. Каждый вопрос взял ровно один из них. Илья сказал “Я взял 23 вопроса.” Добрыня сказал “Двое других взяли всего 63 вопроса.” Алёша сказал “Я взял в 5 раз больше вопросов, чем Добрыня.” Оказалось, что один из них называл число с ошибкой на 1. Сколько всего вопросов было в викторине?

3. Даны две правильные несократимые дроби. Известно, что сумма числителя и знаменателя первой дроби равна 2023, а второй — 2022. Саша посчитал сумму этих дробей. Получилась снова правильная несократимая дробь. Мог ли знаменатель этой дроби оказаться равным 189?

4. К левому берегу реки, где есть двухместная лодка, подошли 33 мушкетёра и  $33 > g > 0$  гвардейцев кардинала. Всем надо на правый берег. Они рвутся подраться, но указ короля разрешает дуэль только при равной численности мушкетёров и гвардейцев — в лодке или на каком-то из берегов. При каких  $g$  они все смогут переправиться без драк?

5. Есть 2023 единичных кубика, у каждого есть красная, синяя, жёлтая, зелёная, чёрная и белая грань. Докажите, что из них можно сложить не менее чем 222 кубика  $2 \times 2 \times 2$  таких, чтобы все грани были одноцветными, но у каждого кубика было по грани всех указанных цветов.

6. Можно ли раскрасить клетки доски  $8 \times 8$  в 8 цветов так, чтобы в каждом ряду из 8 клеток — по вертикали, горизонтали и диагонали — встречались клетки ровно двух цветов?

7. В турнире по футболу участвуют 10 команд. За победу даётся 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. В каждом туре команды разбиваются на пары и проводят по одному матчу. По итогу каждая команда должна сыграть с каждой ровно 1 раз. Через какое минимальное число туров может оказаться, что единоличный победитель выявлен досрочно?

8. В озере живут две молодые черепахи Аня и Катя, обе моложе 100 лет. Оказалось, что сумма цифр возраста Ани равна возрасту Кати. Известно, что через 10 лет Аня будет в два раза старше Кати. Сколько сейчас лет каждой черепахе?