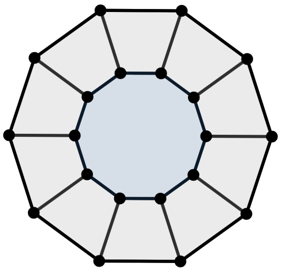
VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года

Тур 1. 6 класс. Гранд-лига.
27 февраля

1. Знайка выписал цифры 1, 2, …, 9 некоторые синим, а остальные красным цветом. Затем он подчеркнул синие делители суммы красных цифр и красные делители суммы синих цифр. Какое наибольшее количество цифр мог подчеркнуть Знайка?

2. По кругу стоят 100 лжецов, а кроме того есть по 100 лжецов и рыцарей в качестве зрителей (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Руслан и Людмила ходят по очереди, начинает Людмила. Они прекрасно знают, кто есть кто: кто рыцарь, а кто лжец. Каждым ходом надо вставить куда-нибудь в круг зрителя. После того, как оба игрока сделают по 50 ходов, всех в круге спрашивают «Кто твой сосед справа – рыцарь или лжец?». Людмила выиграет, если больше ответов «Лжец», Руслан – если «Рыцарь», при равенстве – ничья. Кто из игроков может выиграть, как бы ни игр



3. 2023 представили как сумму трёхзначных чисел с одинаковыми суммами цифр. Каково наименьшее количество слагаемых?

4. Числа от 1 до 20 расставлены в узлах фигуры, изображенной на рисунке, каждое по одному разу. При каком наибольшем натуральном k можно утверждать, что обязательно найдутся два числа, стоящие в соединенных отрезком узлах, которые отличаются не менее, чем на k?

5. От одуванчика к ромашке стартовали одновременно тля, жук, муравей, а позднее в разное время два кузнечика. Каждый из них движется со своей постоянной скоростью, причем скорости кузнечиков одинаковы. Первый кузнечик сначала обогнал тлю, через 4 минуты жука, а еще через 40 минут муравья. Второй кузнечик обогнал жука через 10 минут после тли. Через сколько минут после этого второй кузнечик обгонит муравья?

6. В футбольной Суперлиге участвуют 60 команд. Они сыграли каждая с каждой по одному разу. За победу даётся 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков. Все команды набрали разное число очков, а победителем стал “Реал Мадрид”, набравший 109 очков. Докажите, что можно выбрать 20 команд и разбить их на 10 пар так, что в каждой паре команды сыграли вничью.

7. Имеется 11 монет — 5 серебряных и 6 золотых. Известно, что одна золотая монета и одна серебряная фальшивые. Про несколько монет можно узнать, есть ли среди них хотя бы одна фальшивая. Можно ли с помощью 5 проверок обнаружить обе фальшивые монеты?

8. Напомним, что через $n!$ обозначают произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Найдите все натуральные m, n и k, удовлетворяющие соотношению

$$n!m! = n! + m! + k!$$