

VI Европейский математический турнир
г. Великий Новгород, 25 февраля – 2 марта 2023 года



Тур 1. 5 класс. Первая лига.
27 февраля

1. В сказочной стране живут 2023 чудо-птицы. У каждой из них красные либо синие перья и красная либо синяя голова. Известно, что 550 птиц имеют красные перья, 333 птицы имеют синие головы, наконец, 63 птицы полностью синие. Сколько всего полностью красных птиц?

2. Можно ли раскрасить числа $1, 2, \dots, 14$ по 7 штук в синий и красный цвета так, чтобы сумма красных делилась на каждое синее?

3. По кругу стоят 12 лжецов, а кроме того есть по 23 лжеца и 35 рыцарей в качестве зрителей (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). Руслан и Людмила ходят по очереди, начинает Людмила. Они прекрасно знают, кто есть кто: кто рыцарь, а кто лжец. Каждым ходом надо вставить куда-нибудь в круг зрителя. После того, как оба игрока сделают по 12 ходов, всех в круге спрашивают «Кто твой сосед справа — рыцарь или лжец?». Руслан выигрывает, если хотя бы один ответит «Рыцарь», иначе выигрывает Людмила. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

4. Можно ли 2023 представить двумя способами как сумму двух натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр?

5. У Алины были 4 игральных кубика (возможно, не одинаковых), у каждого на гранях отмечено по 1, 2, 3, 4, 5, 6 точек. Алина склеила из них столбик $1 \times 1 \times 4$. Она заметила, что на каждой из трёх пар склеенных граней суммарное количество точек было двузначным числом, причем все эти 3 числа различны. А сколько всего точек на поверхности столбика?

6. У малыша и Карлсона есть 10 коробок, в каждой 22 или 23 конфеты. Докажите, что Карлсон может съесть не более одной конфеты, после чего раздать себе и малышу по 5 коробок так, чтобы общее число конфет у них стало одинаковым.

7. Клетчатый квадрат 12×12 разрежали по границам клеток на 4 равные симметричные части. Обязательно ли эти части — прямоугольники? Части равны, если их можно наложить друг на друга и они совпадут.

8. В вершины куба расставлены цифры от 1 до 8. Докажите, что на некотором ребре цифры отличаются как минимум на 4.