

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 3. Сеньоры. Магнитогорск vs МММФ(s2).
19 марта

1. Полуладья ходит как обычная, но не больше, чем на три клетки. Какое наибольшее количество полуладей можно поставить на доске 8×8 так, чтобы они не били друг друга?
2. На доску выписали все способы представить число 50 в виде суммы двух или трех упорядоченных слагаемых (т.е. варианты $1 + 49$ и $49 + 1$ различны). Раз в минуту Серёжа находит на доске два однозначных числа и заменяет их на их сумму; или же находит двузначное число $\overline{ab}$ и заменяет его на два числа a и b . Серёжа работает до тех пор, пока на доске не останется одно однозначное число. Чему оно может быть равно?
3. Можно ли квадрат со стороной 8 разбить на 7 прямоугольников с периметром 16?
4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) угол A тупой. Точка M на продолжении стороны AC за точку C такова, что $AC = CM$. Серединный перпендикуляр к отрезку AM пересекает прямую AB в точке P . Оказалось, что прямые PM и BC перпендикулярны. Докажите, что APM — равносторонний треугольник.
5. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 11, 12, 13, 14 и 15 г. Известно, что веса идут по порядку по часовой стрелке, но неизвестно, с какого места начинаются. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти самую тяжелую монету?
6. Посмотрев на часы со стрелками, Саша увидела, что угол между минутной и часовой стрелкой острый. Посмотрев на часы через два часа, Саша заметила, что угол стал вдвое больше, но остался острым. Какой угол Саша видит сейчас?
7. Прапорщик выдал каждому солдату паёк, состоящий из чая, сгущёнки и тушёнки. Паёк рядового состоит из 2 пачек чая, 4 банок сгущёнки и 4 банок тушёнки. Паёк сержанта сытнее и состоит из 3 пачек чая, 7 банок сгущёнки и 8 банок тушёнки. Оказалось, что банок сгущёнки было выдано на 50 штук больше, чем пачек чая. Сколько всего банок тушёнки было выдано?
8. На турнир приехали только лжецы (всегда лгут) и рыцари (всегда говорят правду). На вопрос “Чётно ли число рыцарей, с которыми вы дружите?” каждый ответил “нет”. На вопрос “Чётно ли число лжецов, с которыми вы не дружите?” каждый ответил “да”. Чётно или нечётно число жителей острова? Дружба взаимна.