

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 3. Сеньоры. Тверь vs Тюмень(s2).
19 марта

1. На доску выписали все способы представить число 50 в виде суммы двух или трех упорядоченных слагаемых (т.е. варианты $1 + 49$ и $49 + 1$ различны). Раз в минуту Серёжа находит на доске два однозначных числа и заменяет их на их сумму; или же находит двузначное число $\overline{ab}$ и заменяет его на два числа a и b . Серёжа работает до тех пор, пока на доске не останется одно однозначное число. Чему оно может быть равно?

2. Петя и Вася играют на доске 19×19 . Изначально в угловой клетке этой доски стоит фишка. Ребята по очереди, начиная с Пети, двигают эту фишку на соседнюю по стороне клетку. Нельзя перемещать фишку через одну и ту же границу дважды. Проигрывает тот, кто не может сходить. Кто выигрывает при правильной игре?

3. У Гриши и Саши были по одинаковому бумажному квадрату со стороной 1. Каждый из них смог разрезать свой квадрат на 6 прямоугольников периметра 2. Докажите, что наборы прямоугольников у них одинаковы.

4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) угол A тупой. Точка M на продолжении стороны AC за точку C такова, что $AC = CM$. Серединный перпендикуляр к отрезку AM пересекает прямую AB в точке P . Оказалось, что прямые PM и BC перпендикулярны. Докажите, что APM — равносторонний треугольник.

5. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 1, 2, 3, 4 и 5 г. Известно, что веса идут по порядку, но неизвестно, по часовой стрелке или против часовой стрелки, и с какого места начинаются. Барон Мюнхгаузен утверждает, что он может, сделав два взвешивания на чашечных весах без гирь, после этого определить вес какой-нибудь из монет. Могут ли слова барона быть правдой?

6. Можно ли выписать в строку 160 натуральных чисел, каждое от 1 до 18, так, чтобы любые два различных числа от 1 до 18 встречались рядом в этой строке?

7. Посмотрев на часы со стрелками, Саша увидела, что угол между минутной и часовой стрелкой острый. Посмотрев на часы через два часа, Саша заметила, что угол стал вдвое больше, но остался острым. Какой угол Саша видит сейчас?

8. Даны пять натуральных чисел. В каждой тройке этих чисел их сумма делится на среднее из них по величине. Докажите, что среди чисел есть равные.