

IV Европейский математический турнир  
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 4. Юниоры. Гранд-лига, бои за 5 и 7 места.  
*20 марта*

1. Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб  $2 \times 2 \times 2$  так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наибольшая возможная сумма чисел на поверхности куба?

2. За круглым столом сидели 12 друзей, перед каждым — кучка орехов, у всех — разное число. Первый съел один орех, а ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Добавив орехи к своей кучке, второй съел из неё один орех и тоже ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Тот произвёл такое же действие, и так продолжалось, пока все не съели по ореху. После этого перед каждым осталась кучка орехов (больше 0), у всех — разное число. Какое наименьшее число орехов в сумме могло у них быть вначале?

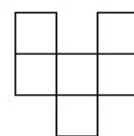
3. По кругу встали несколько жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: "Ровно один из моих соседей — лжец". Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них (7 человек) заявили: "Оба моих соседа — лжецы". Сколько из них ответят "Да" на вопрос "Верно ли, что оба твоих соседа — рыцари"? (Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду.)

4. На конкурсе обжор 6 обжор съели огромный торт. Их спросили, сколько они съели. Ответы были: половина торта, четверть торта,  $1/5$  торта,  $1/6$  торта,  $1/20$  торта и  $1/60$  торта. Выяснилось, что некоторые прихвастнули, завысив свой результат вдвое. Кто из них прихвастнул?

5. Найдите все такие трёхзначные  $N$ , у которых сумма трёх остатков при делении  $N$  на 3, на 30 и на 300 равна 111.

6. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, разделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, разделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?

7. В клетках прямоугольника  $3 \times 9$  (где 3 — высота) расставлены числа. Известно, что сумма всех чисел в таблице равна 33, а сумма чисел в каждой фигурке вида, показанного на рисунке, равна 3 (фигурку можно поворачивать). Чему равна сумма чисел на второй горизонтали прямоугольника?



8. Король-всадник ходит и как конь, и как король. На шахматной доске стоят несколько королей-всадников. Докажите, что их можно раскрасить в 4 цвета так, чтобы короли-всадники одинакового цвета друг друга не били.