

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 4. Юниоры. Первая лига, верхние бои
20 марта

1. Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наименьшая возможная сумма чисел на поверхности куба?

2. По кругу встали 12 жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: “Ровно один из моих соседей — лжец”. Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них заявили: “Оба моих соседа — лжецы”. Сколько из них ответят “Да” на вопрос “Верно ли, что оба твоих соседа — рыцари?” Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду.

3. На столе лежит больше четырёх монет, все орлом вверх. За один ход разрешается перевернуть любые пять монет. Математик утверждает, что все монеты можно положить решкой вверх за пять ходов, но нельзя сделать это за меньшее число ходов. Какое наименьшее количество монет может лежать на столе?

4. В ряд выложены 50 карточек в произвольном порядке, на которых написаны числа от 1 до 50. Петя и Вася играют, каждым ходом беря одну из двух крайних карточек, начинает Петя. Выигрывает тот, у кого после окончания игры сумма чисел на карточках будет больше. Кто может выиграть, как бы ни играл соперник?

5. На конкурсе обжор 6 обжор съели огромный торт. Их спросили, сколько они съели. Ответы были: половина торта, четверть торта, $1/5$ торта, $1/6$ торта, $1/20$ торта и $1/60$ торта. Выяснилось, что некоторые прихвастнули, завысив свой результат вдвое. Кто из них прихвастнул?

6. У натурального числа нашли остатки при делении на 3, 30 и 300. Оказалось, что сумма этих остатков равна 99. Найдите остаток при делении этого числа на 3.

7. Какое наименьшее число звеньев может иметь ломаная, которая пересекает (во внутренних точках) каждое своё звено ровно два раза?

8. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, разделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, разделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?