

## IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15–20 марта 2021 года

## Тур 4. Юниоры. Гранд-лига.

- 1. Некоторые клетки доски  $100 \times 100$  покрашены в красный цвет так, что у покрашенных клеток нет общих точек. Докажите, что остальные клетки можно покрасить в три другие цвета так, чтобы никакие две одноцветные клетки не граничили по стороне.
- **2.** Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб  $2 \times 2 \times 2$  так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наименьшая возможная сумма чисел на поверхности куба?
- **3.** Вычеркивая несколько букв, из слова можно получить более короткое, не обязательно осмысленное слово (например, вычеркнув две буквы из слова СЛОЖЕНИЕ можно получить СОЖЕНИ). Из какого слова можно получить больше разных слов, вычёркивая пару букв: из ИССЛЕДОВАТЕЛЬ или из ПРОИЗВЕДЕНИЕ? На сколько больше?
- 4. За круглым столом сидели 12 друзей, перед каждым кучка орехов, у всех разное число. Первый съел один орех, а ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Добавив орехи к своей кучке, второй съел из неё один орех и тоже ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Тот произвёл такое же действие, и так продолжалось, пока все не съели по ореху. После этого перед каждым осталась кучка орехов (больше 0), у всех разное число. Какое наименьшее число орехов в сумме могло у них быть вначале?
- 5. По кругу встали несколько жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: "Ровно один из моих соседей лжец". Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них (7 человек) заявили: "Оба моих соседа лжецы". Сколько из них ответят "Да"на вопрос "Верно ли, что оба твоих соседа рыцари?"? (Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду.)
- 6. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, разделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, разделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?
- 7. В клетках прямоугольника  $3 \times 33$  (где 3 высота) расставлены числа. Известно, что сумма всех чисел в таблице равна 333, а сумма чисел в каждой фигурке вида, показанного на рисунке, равна 16 (фигурку можно поворачивать). Чему равна сумма чисел на второй горизонтали прямоугольника?
- 8. На прямой провод уселись 38 попугаев. Каждый верно сосчитал и назвал вслух сумму расстояний от него до остальных попугаев (в метрах). Могли ли быть названы в некотором порядке числа  $3, 4, 5, \ldots, 40$ ?