

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 3. Юниоры. Первая лига.
19 марта

1. Полуладья ходит как обычная, но не больше, чем на три клетки. Какое наибольшее количество полуладей можно поставить на доске 8×8 так, чтобы они не били друг друга?

2. Есть поле с картинкой $\frac{X}{X} + \frac{X}{X} + \frac{X}{X} = 1$. На столе лежит 21 карточка с числами $1, 2, \dots, 21$. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход каждый берёт себе по две карточки со стола. Выиграет тот, кто сможет после своего хода выбрать из своих шесть карточек и заменить ими “иксы” на поле так, чтобы получилось верное равенство. Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл соперник, и если да, то кто?

3. Сколькими способами можно разбить прямоугольник 3×1000 на трёхклеточные уголки и четырёхклеточные фигурки в виде зигзага (см. рисунок)? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



4. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 11, 12, 13, 14 и 15 г. Известно, что веса идут по порядку по часовой стрелке, но неизвестно, с какого места начинаются. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти самую тяжелую монету?

5. Докажите, что не все числа от 1000 до 2021 можно представить как сумму двух слагаемых, у которых суммы цифр отличаются ровно на 1. (Приведите пример числа, которое нельзя так представить).

6. Верблюд может нести не больше 22 кг золота. Разбойник хочет увезти на верблюде золото и выручить за него как можно больше денег. Как ему поступить, если у него есть слитки высшей пробы, которые весят по 5 кг и стоят по 60 дирхамов, слитки первой пробы — 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 дирхама?

7. Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2021 — нет). Среди чисел, больших 2021, найдите наименьший палиндром, который представляется в виде произведения трёх различных палиндромов.

8. Прапорщик выдал каждому солдату паёк, состоящий из чая, сгущёнки и тушёнки. Паёк рядового состоит из 2 пачек чая, 4 банок сгущёнки и 4 банок тушёнки. Паёк сержанта сытнее и состоит из 3 пачек чая, 7 банок сгущёнки и 8 банок тушёнки. Оказалось, что банок сгущёнки было выдано на 50 штук больше, чем пачек чая. Сколько всего банок тушёнки было выдано?