

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 2. Юниоры. Первая лига.
18 марта

1. К левому берегу реки подошли 7 белых магов сил 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и команда из 7 чёрных магов с точно таким же набором сил. У этого берега есть трёхместная лодка. Белые маги боятся чёрных, поэтому не согласны оказаться в лодке или на берегу вместе с чёрными, если сумма сил чёрных там будет больше суммы сил белых. Как им всем переправиться, сделав не более 8 рейсов с левого берега на правый?

2. Три нецелых числа представлены в виде несократимых дробей, больших 1. Могут ли их сумма и их произведение оба оказаться натуральными числами?

3. Из спичек сложена клетчатая доска 21×21 , сторона каждой клетки составляет одну спичку. В центре доски сидит жук, он не умеет переползать через спички. Петя и Вася ходят по очереди, убирая по спичке за ход; начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода жук сможет выползти за пределы доски. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

4. Костя представил простое число p как сумму четырех натуральных слагаемых: $p = a + b + c + d$ и выписал на доску шесть попарных сумм $a + b, a + c, a + d, b + c, b + d, c + d$. Известно, что одно из чисел на доске делится на 2, другое — на 3, третье — на 4, четвертое — на 10. Может ли ещё одно из выписанных чисел делиться на 100?

5. Назовём «змейкой» незамкнутую цепочку клеток, расположенную на клетчатом поле, в которой каждая клетка, за исключением двух крайних, имеет две соседних по стороне. Соприкосновение клеток змейки по углу возможно. Змейку какой наибольшей длины можно изобразить на клетчатом поле 3×6 ?

6. На окружности отмечено 66 точек. В одной из точек сидит кузнечик. Он может прыгать по часовой стрелке на две или на три точки (перепрыгивая через одну или две точки соответственно). Какое минимальное количество прыжков ему нужно сделать, чтобы побывать в каждой точке и вернуться в исходную?

7. По дороге без остановок с постоянной скоростью едет машина с неограниченным запасом топлива. Через каждые 15 километров стоят светофоры, которые горят красным светом только последние 6 минут каждого часа, а остальное время зелёным. Оказалось, что машина проехала без остановок 10 часов, то есть на каждом светофоре машина проезжала на зелёный свет. Какое наибольшее количество километров могла проехать машина за это время?

8. Можно ли разрезать квадрат 6×6 на шесть прямоугольников периметра 12?