

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15–20 марта 2021 года



Тур 1. Юниоры. Первая лига. *17 марта*

1. На доске написаны два числа: 10 и 100. Паша и Вова делают ходы по очереди, начинает Паша. За один ход необходимо стереть одно из чисел и записать вместо него меньшее натуральное число, которое ещё не появлялось на доске. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из ребят может выиграть, как бы ни играл соперник?

2. Компьютер напечатал на ленту числа 1, 2, 3, ..., 2021 подряд без пробелов между числами. Получилась строка цифр 1234567891011...2021. В ней можно подчеркнуть группу из 4 цифр подряд: 1234, 2345, ..., 9101, ..., 2021. Саша подчеркнул некоторую группу 6 раз. Обязательно ли в ней все четыре цифры одинаковы?

3. Ковбои Ивэн и Одд выпустили в мишень по 20 пуль, каждый раз выбивая очки: Ивэн чётное, а Одд — нечётное число. Ивэн попал в десятку, восьмёрку, шестёрку, четвёрку и двойку столько раз, сколько Одд в семёрку, пятёрку, тройку, единицу и девятку соответственно. В сумме они выбили поровну очков. Сколько девяток выбил Одд?

4. 33 богатыря (старший из них Черномор) вспоминали, как вместе ходили в дозор. Каждый назвал число тех из присутствующих, с кем ему довелось ходить. Черномор объявил, что сумма всех названных чисел равна 333. “Ой, - закричали каждый из остальных богатырей, — про Черномора-то я и забыл!” Докажите, что и помимо этого кто-то из богатырей ошибся.

5. На клетчатой доске 12×12 стоит поровну чёрных и белых ладей, причем белые ладьи не бьют никакие другие. Каково наибольшее число ладей на доске?

6. Разрежьте прямоугольник 1×5 на пять частей, из которых можно сложить квадрат.

7. В доме все комнаты прямоугольные. В одной из комнат в стене последовательно расположены три двери с такими надписями.

Первая дверь: “Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и вторая дверь”.

Вторая дверь: “Эта дверь ведёт в комнату, в которую не ведут ни первая, ни третья дверь”.

Третья дверь: “Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и первая дверь”.

Ровно одно из этих утверждений ложно. Какое?

8. По окружности выписаны числа 1, 2, 3. Затем между каждыми двумя соседними числами вставили их сумму (в результате получилось шесть чисел: 1, 3, 2, 5, 3, 4). Потом повторили эту операцию еще 2020 раз. Найдите сумму получившихся чисел.