

III Европейский математический турнир
г. Минск, 2–8 марта 2020 года



Тур 4. Лига сеньоров. Бои за 3, 5 и 7 места. 7 марта

1. В ряд записаны 10 различных натуральных чисел. Начиная со второго каждое равно сумме цифр предыдущего. Могут ли все числа быть точными квадратами?

А.В. Шаповалов

2. Младшеклассник Сережа умеет делать только такие операции с натуральным числом:

- увеличить одну цифру на 1, а другую на 2 (если это возможно);
- уменьшить одну цифру на 1, а другую на 2 (если это возможно);
- возвести число в квадрат.

Например, из числа 25 за одну операцию можно получить 37, 46, 13, 4 или 625. Может ли Сережа такими операциями получить из числа 20 число 20202020?

С.А. Лучинин, модификация А.В. Шаповалова

3. На шахматной доске в противоположных углах стоят чёрная и белая фишки. Саша ходит ими по очереди. Фишка ходит на соседнюю по стороне клетку. Нельзя ходить на клетку, где данная фишка уже была, или на клетку на одной вертикали или горизонтали с другой фишкой. Может ли Саша сделать обеими фишками в сумме 100 ходов?

А.В. Шаповалов

4. Двое по очереди выписывают по одной цифре тридцатизначного номера (игрок сам выбирает, в какой разряд он будет записывать очередную цифру, номер может начинаться с нуля). Второй выигрывает, если полученное число делится на 13, иначе выигрывает первый. Кто выигрывает при правильной игре?

5. На стороне BC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B нашлась такая точка K , что $2(AB + BK) = KC$ и $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .

6. В клетчатом прямоугольнике 20×19 по границам клеток проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. В каждую клетку вписали, сколько её сторон лежат на ломаной. Было вписано поровну чисел 0, 1, 2 и 3. Докажите, что не менее двух единичных отрезков ломаной идут по границе прямоугольника.

А.В. Шаповалов

7. Вдоль прямой дороги через равные промежутки расположены четыре города в следующем порядке: A, B, C, D . Барон Мюнхгаузен проехал из города A в город D нигде не поворачивая обратно. Он утверждает, что его средняя скорость между городами A и D была равна 20 км/ч, между городами A и C — 25 км/ч, между городами B и D — 30 км/ч. Могут ли его слова оказаться правдой?

Р.С. Ефремов

8. Может ли Саша расставить в таблицу 18×25 различные нечётные трёхзначные числа так, чтобы любая пара чисел, где одно делится на другое, стояла в соседних по стороне клетках?

