

III Европейский математический турнир
г. Минск, 2–8 марта 2020 года



Тур 4. Лига юниоров.
7 марта

1. В ряд записаны 10 различных натуральных чисел. Начиная со второго каждое равно сумме цифр предыдущего. Могут ли все числа быть точными квадратами?

А.В. Шаповалов

2. Есть n карточек с числами $1, 2, \dots, n$. Их разложили на 4 стопки. Суммы в стопках одинаковы, но количество карточек везде разное. Найдите все n , для которых это возможно.

А.В. Шаповалов

3. На шахматной доске в противоположных углах стоят чёрная и белая фишки. Они ходят по очереди. Фишка ходит на соседнюю по стороне клетку. Нельзя ходить на клетку, где данная фишка уже была; нельзя ставить обе фишки одновременно на одну вертикаль или горизонталь. Могут ли фишки сделать в сумме 92 хода?

А.В. Шаповалов

4. В стране 16 аэропортов, каждый связан рейсами ровно с тремя другими. Если при полете из одного аэропорта в другой обнаруживается пассажир с коронавирусом, немедленно оба аэропорта закрываются на карантин и все рейсы в них и из них отменяются. Суперзлодей Джокер может засылать зараженного коронавирусом на любой рейс, но только по одному человеку в день (зараженного при этом сразу же обнаруживают). Всегда ли Джокер может добиться, чтобы были закрыты все аэропорты? (По другим причинам аэропорты не закрывают и рейсы не отменяют.)

5. Сколькими способами можно расставить различные цифры от 1 до 9 в клетки таблицы 3×3 так, чтобы сумма трёх цифр в каждой строке, каждом столбце и каждой диагонали была не меньше 8?

А.В. Шаповалов

6. Натуральное число делится на разность между наибольшим и наименьшим собственными делителями. Найдите все такие числа. (*Собственным* считается любой делитель числа, кроме него самого и 1.)

А.В. Шаповалов

7. В клетчатом прямоугольнике 20×19 по границам клеток проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. В каждую клетку вписали, сколько её сторон лежат на ломаной. Было вписано поровну чисел 0, 1, 2 и 3. Докажите, что не менее двух единичных отрезков ломаной идут по границе прямоугольника.

А.В. Шаповалов

8. На окружности отмечено 876 точек. В них поставлены различные трёхзначные числа. Если одно число делится на другое, соответствующие точки соединяются отрезком. Докажите, что найдутся пересекающиеся отрезки с несовпадающими концами.

