III Европейский математический турнир
г. Минск, 2–8 марта 2020 года

Тур 2. Лига юниоров.
4 марта

1. На доске записаны числа 1, 2, ..., 2020. Петя и Вася по очереди стирают по одному числу за ход, начинает Петя. Когда на доске останется только два числа, Петя вычисляет их разность и платит Васе количество рублей, равных сумме цифр этой разности. Какую наибольшую сумму может наверняка получить Вася?

А.В. Шаповалов

2. В каждой клетке доски 8×8 стоит по гному. Некоторые пары гномов, находящиеся в одной строке или одном столбце, знакомы (пар знакомых из разных столбцов и строк нет). Известно, что для каждого гнома, кроме левого нижнего и правого верхнего, верно условие: количество знакомых справа равно количеству знакомых снизу, а количество знакомых сверху равно количеству знакомых слева. Докажите, что у левого нижнего и правого верхнего гномов поровну знакомых.

Р.С. Ефремов

3. Имеется 100 внешне одинаковых гирь. Известно, что они все разных весов 1001г, 1002г, 1003г, ..., 1100г. За одно взвешивание можно узнать суммарный вес любой группы из 10 гирь. Можно ли за 99 взвешиваний узнать вес каждой гири?

Р.С. Ефремов

4. Найдите все натуральные числа, квадрат которых записывается только нечётными цифрами.

5. На плоскости нарисовано 11 прямых общего положения (никакие прямые не параллельны, никакие три не пересекаются в одной точке). Отмечено 47 точек пересечения. Докажите, что какие-то 3 прямые образуют треугольник с отмеченными вершинами.

А.В. Шаповалов

6. Саша и Серёжа купили 3 куска сыра. Оказалось, что можно разделить куски так, что один получит на 200 г больше другого, а сделать разницу меньше не получается. Саша предложил разрезать пополам самый большой кусок, указав способ разделить полученные куски так, чтобы разница была 100 г. Сережа заметил, что лучше разрезать пополам самый маленький кусок, тогда можно будет разделить куски, получив разницу 50 г. Найдите общий вес купленного сыра.

А.В. Шаповалов

7. Можно ли заполнить магический квадрат 20×20 числами 200, 222 и 240, использовав число 222 ровно 22 раза? (В магическом квадрате равны суммы по всем строкам, по всем столбцам и по двум главным диагоналям.)

А.В. Шаповалов по мотивам Уральского турнира

8. Есть ли решения у ребуса ниже, где все цифры не равны 0, а все дроби несократимы? Как обычно, разные буквы обозначают разные цифры.

$$M + Ы = \frac{Е}{В} + \frac{Р}{О} + \frac{П}{А}$$

А.В. Шаповалов

.