



Высшая лига. Математический бой № 1

28 февраля

1. Решите в целых числах систему уравнений $x - yz = 9$, $xy + z = 10$.
2. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и CD параллельны, а диагонали AC и BD перпендикулярны. Докажите, что $AB + CD \leq AD + BC$.
3. Докажите, что любой треугольник можно разбить на 22 треугольника, в каждом из которых есть угол 22° и ещё 23 треугольника, в каждом из которых есть угол 23° . При этом ничего лишнего остаться не должно!
4. На доске записаны несколько чисел без знаков: 5, 6, 7, ..., 55. Разрешается перед каждым числом поставить знак плюс или минус и вычислить сумму всех чисел. Найдите все возможные натуральные значения таких сумм.
5. Вычеркнули все натуральные числа, в записи которых есть цифра 0, а остальные пронумеровали в порядке возрастания. Верно ли, что для любого натурального числа N найдется невычеркнутое число $A > N$ такое, что A равно своему номеру, записанному в обратном порядке?
6. На клетчатой доске 18×18 лежат несколько неперекрывающихся полосок 1×5 . Каждая полоска идет по линиям сетки. Полоска может вылезать за край доски, но её центральная клетка обязательно расположена на доске. Какое наибольшее количество полосок может лежать на доске?
7. Набор гирь общим весом 1 таков, что вес каждой гири не меньше W , и все гири можно разложить как на 16 групп одинакового веса, так и на 35 групп одинакового веса. При каком наибольшем W это возможно?
8. Можно ли разложить 3600 яблок в 196 стоящих по кругу корзин так, чтобы число яблок в соседних корзинах отличалось ровно на 13?



Первая лига. Математический бой № 1

28 февраля

1. Решите в целых числах систему уравнений $x - yz = 9$, $xy + z = 10$.
2. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и CD параллельны, а диагонали AC и BD перпендикулярны. Докажите, что $AB + CD \leq AD + BC$.
3. Докажите, что любой треугольник можно разбить на 20 треугольников, в каждом из которых есть угол 20 градусов. При этом ничего лишнего остаться не должно!
4. На доске записаны несколько чисел без знаков: 5, 6, 7, ..., 55. Разрешается перед каждым числом поставить знак плюс или минус и вычислить сумму всех чисел. Найдите все возможные натуральные значения таких сумм.
5. С натуральным числом разрешены две операции:
А: приписать на конце цифру 2;
Б: если написанное число делится на 2, то разделить его на 2.
Например, если с числом 6 проделать последовательно операции А, Б, А, получим 312. Можно ли такими операциями из числа 2 получить 2018?
6. На клетчатой доске 18×18 лежат несколько неперекрывающихся полосок 1×5 . Каждая полоска идет по линиям сетки. Полоска может вылезать за край доски, но её центральная клетка обязательно расположена на доске. Какое наибольшее количество полосок может лежать на доске?
7. Хозяйка испекла пирог весом 1 килограмм. Ее маленький сынишка Петя любит куски побольше, поэтому отрезает только куски веса, не меньшего W килограммов. На праздник придет либо трое гостей, либо пятеро. При каком наибольшем W Петя сможет заранее разрезать пирог на несколько частей так, чтобы его можно было раздать поровну и троим гостям, и пятерым?
8. Можно ли разложить 2000 яблок в 212 стоящих по кругу корзин так, чтобы число яблок в соседних корзинах отличалось ровно на 7?