

## International league. Математический бой № 1

3 марта

**1.** Таблица 10 × 10 заполнена целыми числами. Алекс для каждой пары клеток с общей стороной записал на листке сумму чисел в них. Мог ли у него получиться набор 1, 2, 3, ..., 180?

2. Некоторые клетки бумажного белого квадрата 4 × 4 закрашены в серый цвет (см. левый рисунок). Разрежьте квадрат на четыре одинаковые фигуры так, чтобы, только поворачивая (но не переворачивая на другую сторону), можно было сложить из них квадрат,



в котором окажутся закрашенными все диагональные клетки (см. правый рисунок).

3. Найдите наименьшее простое число p, сумма цифр которого — нечетное составное число.

4. Полчаса назад угол между часовой и минутной стрелкой был 100 градусов. Сейчас он острый. Чему может быть равен этот угол (найдите все возможные значения)?

**5.** На кольцевой дороге стоят по часовой стрелке пункты A, B, C, D и E. Путь по кольцу из B в E по часовой стрелке на 100 км длиннее, чем против часовой. Путь по кольцу из A в C по часовой стрелке на 70 км короче, чем против часовой. Какой из путей по кольцу по часовой стрелке короче и на сколько: из B в C или из E в A?

**6.** В турнире участвовало 16 команд. Некоторые команды сыграли друг с другом. Скажем, что команда С *связывает* команды А и В, если С сыграла вничью и с А, и с В. Могло ли случиться, что для любых двух команд число связывающих их команд равно 2?

7. Назовем склеенный из двух кубиков параллелепипед  $1 \times 1 \times 2$  малым. Можно ли поверхность 6 малых параллелепипедов окрасить в черный и белый цвет так, чтобы из них можно было сложить как белый снаружи параллелепипед  $2 \times 2 \times 3$ , так и черный снаружи параллелепипед  $2 \times 2 \times 3$ ?

8. У двух восьмизначных чисел произведения цифр положительны и равны. В каждом из чисел все цифры различны. Докажите, что у этих чисел равны и суммы цифр.

II European math tournament Minsk, March 1–7, 2019



## International league. Math battle $N^{\circ}$ 1

March, 3

1. Table  $10 \times 10$  is filled with integers. Alex for each pair of cells with a common side wrote on a sheet the sum of the numbers in them. Could he receive a set of  $1, 2, 3, \ldots, 180$ ?

2. Some cells of the  $4 \times 4$  white paper square are painted gray (see left figure). Cut the square into four identical figures so that one can fold a square in which all the diagonal cells are painted gray (see the right figure). The figures can be rotated, but not turned on the other side.

**3.** Find the minimal prime number p whose sum of digits is an odd composite number.

**4.** Half an hour ago the angle between the hour and the minute clock hands was 100°. The angle is acute now. What can this angle be (find all possible values)?

5. There are five points A, B, C, D and E clockwise on a ring road. The clockwise path through the ring from B to E is 100 km longer than the counterclockwise one. The clockwise path along the ring from A to C is 70 km shorter than the counterclockwise one. Which of the clockwise paths is shorter and by how much: from B to C or from E to A?

**6.** 16 teams participated in a tournament. Some teams played with each other. Let's say that the team C *connects* teams A and B, if C played a draw with both A and B. Is this possible that for any two teams the number of teams connecting them is 2?

7. Let's call the parallelepiped  $1 \times 1 \times 2$  *small*. Is it possible to paint the surfaces of 6 small parallelepipeds in black and white so that those parallelepipeds can be folded into a parallelepiped  $2 \times 2 \times 3$  painted white outside, as they can be folded into a parallelepiped  $2 \times 2 \times 3$  painted blackoutside?

8. There are two eight-digit numbers with the same positive products of digits. In each number all the digits are different. Prove that the numbers have the same sums of digits.